VI. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXIII. EMMV
országos szakasz, Nagybánya, 2024. február 26–29.

VIII. osztály

1. feladat. Az x, y, z egész számok esetén $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x + 2y - 3z)$. Határozd meg az x, y, z számok számtani közepének a lehetséges legkisebb, illetve legnagyobb értékét!

2. feladat. Egy asztalra egymás mellé pálcikákat helyezünk. Anna és Petra felváltva vesz el legalább 1 és legfeljebb 6 pálcikát. Mindig Petra kezd. Az a nyertes, aki az utolsó pálcikát is el tudja venni.

a) Létezik-e Petrának nyerő stratégiája, ha kezdetben az asztalon 2024 pálcika van? Indokold!

b) Hány pálcikát helyezzünk kezdetben az asztalra ahhoz, hogy Annának legyen nyerő stratégiája? Indokold!

3. feladat. Az A-ban derékszögű ABC háromszögben $\widehat{B} = 60°$. Az AC oldalon felvesszük a D pontot úgy, hogy $AD = 5$ cm. Legyen $DE \perp BC, E \in BC$ és a DE szakasz hossza 3 cm.

a) Határozd meg a BD szakasz hosszát!

b) A $(DE$ félegyenesen felvesszük az F pontot úgy, hogy $\widehat{DBF} = 60°$. Határozd meg az ABE és DBF háromszögek területeinek arányát!

4. feladat. Az $ABCDA'B'C'D'$ szabályos négyoldalú hasábban $AA' = 12$ cm. Az E és F pontok az AC, illetve az $A'C$ szakaszok felezőpontjai. Az AF egyenes merőleges az $A'E$ egyenesre.

a) Igazold, hogy $ABCDA'B'C'D'$ kocka!

b) Számítsd ki a D pont távolságát az AF egyenestől!

Megjegyzések: Minden feladat kötelező és 10 pontot ér, melyből hivatalból jár 1 pont. Munkaidő: 3 óra.